

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1995/96

Mac/April 1996

ZSC 310 - Kaedah Matematik III

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Terangkan secara ringkas bagaimana perhubungan jadi semula bagi polinomial Legendre seperti

$$(1 - x^2)P'_n(x) = nP_{n-1}(x) - nxP'_n(x)$$

diterbitkan.

(20/100)

- (b) Sesuatu titisan cecair sfera yang boleh cangga mempunyai permukaan tercangga yang diberikan oleh

$$r = r_0[1 + \beta P_2(\cos\theta)]$$

- (i) Tunjukkan unsur luas permukaan sfera tercangga berbentuk

$$dA = [r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2]^{\frac{1}{2}} r \sin\theta d\theta d\phi$$

- (ii) Dapatkan luas permukaan sfera tercangga sehingga tertib β^2 .

(40/100)

- (c) Bincangkan secara am masalah kuantum osilator harmonik isotropik 3 dimensi daripada pandangan kaedah matematik. Ulaskan tentang keputusan-keputusan yang dijangka.

(40/100)

2. Gelombang elektromagnet yang terkurung di dalam rongga yang didirikan daripada dua silinder sepusat, berpanjang L dan masing-masing berjajari $\rho = a$ dan $\rho = b$, $b > a$, bersilasi dengan persandaran terhadap masa seperti $e^{i\omega t}$.

- (a) Daripada persamaan gelombang tunjukkan komponen z medan elektrik (E_z , bahagian ruangan sahaja) mematuhi persamaan Helmholtz

$$\nabla^2 E_z + \alpha^2 E_z = 0; \quad \alpha^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \quad (20/100)$$

- (b) Pisahkan persamaan Helmholtz di dalam koordinat silinderaan dan dapatkan penyelesaian amnya. (40/100)

- (c) Terangkan dengan teliti bagaimana daripada syarat sempadan yang wajar frekuensi osilasi dapat diperolehi. (40/100)

3. Penyelesaian bagi osilator harmonik kuantum linear berbentuk

$$\psi_n(x) = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi n! 2^n}} \right)^{1/2} H_n(\alpha x) e^{-\frac{1}{2} \alpha^2 x^2}$$

$$E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega$$

di mana $\alpha^2 = m\omega/\hbar$.

- (a) Berikan maksud segala sebutan di dalam penyelesaian dan terangkan secara kualitatif bagaimana setiap sebutan itu terhasil. (40/100)

- (b) Terbitkan secara lengkap penyelesaian osilator harmonik kuantum tiga dimensi yang isotropik. (40/100)

- (c) Bincangkan peranan harmoniks sfera di dalam masalah osilator harmonik kuantum tiga dimensi yang isotropik jika sistem koordinat sfera digunakan. (20/100)

4. Seutas benang, berpanjang l , bergetar di dalam bahantara dan mengalami daya geseran yang bersandar kepada halaju y_t . Persamaan gerakan ialah

$$v^2 y_{xx} = y_{tt} + a y_t$$

di mana a adalah pemalar dan bernilai $0 < a < 2\pi v/l$.

- (a) Selesaikan masalah tertakluk kepada syarat

$$y(0,t) = y(l,t) = 0$$

$$y(x,0) = F(x), \quad F(x) \text{ ialah fungsi yang diketahui}$$

$$y_t(x,0) = 0.$$

(60/100)

- (b) Ulaskan secara kualitatif kesan sebutan lembapan ay_t .

(20/100)

- (c) Jika benang itu terganding dengan seutas benang lain yang berat secara harmonik (misalnya gandingan dicapai melalui spring). Tuliskan persamaan gerakan benang itu di dalam satah dua benang itu.

(20/100)

5. (a) Sesuatu gelombang berkala diwakili oleh

$$y(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

- (i) Lakarkan gelombang.
 (ii) Dapatkan perwakilan Fouriernya.
 (iii) Tunjukkan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

(50/100)

- (b) Konvolusi $g(\tau)$ bagi dua fungsi $f_1(x)$ dan $f_2(x)$ diberikan oleh

$$g(\tau) = f_1(x) * f_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(\tau-x) dx$$

- (i) Terangkan maksud fizikal konvolusi dan ulaskan tentang pentingnya di dalam teori transform Fourier.

(ii) Dapatkan (plotkan) $g(\tau)$ jika

$$f_1(x) = x[1 - H(x - 1)]$$

$$f_2(x) = H(x + 1) - H(x - 3)$$

di mana $H(x)$ ialah fungsi Heaviside.

(50/100)

-oooOooo-